

Anteils- und Dreisatzrechnung

Die Anteilsrechnung (Prozentrechnung¹) betrifft die Ermittlung von Anteilen, unterteilt in eine

- Gesamtheit gleich Eins (\rightarrow Anteil von Eins).
- Summe aus Gesamtheit und Anteil (\rightarrow Anteil auf Eins): Der Anteilssatz wird um Eins erweitert: $1 + p$.
- Differenz von Gesamtheit und Anteil (\rightarrow Anteil in Eins): Der Anteilssatz wird von Eins abgezogen: $1 - p$.
- Differenz von zwei Anteilssätzen, bezeichnet als Anteilspunkt.

Die Dreisatzrechnung (Schlussrechnung, Regeldetri) ist eine Vorschrift zur Bestimmung des unbekanntes Wertes eines Parameters aus bekannten Werten. Die Beziehungen umfassen mindestens zwei jeweils durch ein Gleichheitszeichen getrennte Terme² links und rechts des Gleichheitszeichens: $T_l = T_r$. Es treten Parameter mit nicht bekanntem Wert, wie z. B.: x , als Aussageform einer Gleichung auf.

Bei der Anteilsrechnung ist die richtige Bestimmung der Bezugsgröße ausschlaggebend: Ein Verkäufer könnte sie z. B. im Bezugspreis³, ein Käufer im Verkaufspreis⁴ usw. sehen. Neben der dezimalen Einheit der Anteilssätze werden auch Einheiten in Prozent⁵ (mit Hundert multipliziert) und Promille⁶ (mit Tausend multipliziert) verwendet (vgl. Tab. 1).

Tab. 1: Ein- und Ausgabeform von Prozent, interne Behandlung und Promille

Anteilssatz	In Prozent	In Promille
0,0600	6,00 %	60,00 ‰
0,2300	23,00 %	230,00 ‰

Dreisätze weisen ein gerades Verhältnis (direkter Dreisatz) und ungerades (indirekter Dreisatz) auf. Der Zusammenhang besteht darin, dass sich Variablenpaare als Quotient, wie z. B. Mietfläche und -preis, oder Produkt, wie z. B. Geschwindigkeit und Zeit, zueinander proportional verhalten. Dann wird der unbekanntes Wert eines Parameters als Dreisatz⁷ berechnet.

Anteil von Eins

PUF

Der Anteil ergibt sich durch Vervielfachung der Gesamtheit mit dem Anteilssatz.

$$A = p \cdot G$$

Auf den Nettobuchpreis wird ein Mehrwertsteuersatz verrechnet. Wie hoch ist die Steuer?

Nettopreis des Buches (Gesamtheit)	G	=	138,32	€
Mehrwertsteuersatz im Buchhandel (Anteilssatz)	p	=	7,00	%
Anteil	A	=	9,68	€

Anteilssatz von Eins

PUD

Der Anteilssatz gibt als Ausgabewert das Verhältnis von Anteil und Gesamtheit an.

$$p = \frac{A}{G}$$

Der Umsatzzuwachs eines Unternehmens ist bekannt. Die anteilige Umsatzerhöhung gegenüber dem Umsatz des Vorjahres soll ermittelt werden.

Umsatzerhöhung im Berichtsjahr (Anteil)	A	=	69300,00	€
Umsatz im Vorjahr (Gesamtheit)	G	=	1198200,00	€
Anteilssatz	p	=	5,78	%

Gesamtheit von Eins

PUE

Die Gesamtheit folgt aus der Division von Anteil durch Anteilssatz.

$$G = \frac{A}{p}$$

Tarifverhandlungen ergaben Einkommensverbesserungen. Der Lohnzuwachs der Beschäftigengruppe ist bekannt. Die Lohnsumme soll ermittelt werden.

Lohnzuwachs (Anteil)	A	=	27563,26	€
Anteilssatz	p	=	3,75	%
Lohnsumme (Gesamtheit)	G	=	735020,27	€

Anteil auf Eins

PUG

Bezugsgröße: Gesamtheit zzgl. Anteil, mit einem erhöhten Anteilssatz.

$$A = \frac{p \cdot Z}{1 + p}, \quad G = Z - A$$

Bruttopreis eines Videorecorders (gemehrte Gesamtheit) und Mehrwertsteuer (Anteilssatz) ist gegeben. Wie ist der Nettopreis (Gesamtheit) und Anteilssatz?

Gemehrte Gesamtheit	Z	=	731,84	€
Anteilssatz	p	=	19,00	%
Anteil	A	=	116,85	€
Gesamtheit	G	=	614,99	€

Anteilssatz auf Eins

PUA

Der Anteilssatz folgt aus einem Quotienten größer Eins.

$$p = \frac{Z}{G} - 1, \quad A = p \cdot G$$

Bekannt: Einkaufspreis eines Computers (Gesamtheit) und dessen Gesamtpreis (zzgl. Beschaffungskosten, gemehrte Gesamtheit). Wie hoch ist der Anteilssatz für die Beschaffung?

Gesamtheit	G	=	1499,56	€
Gemehrte Gesamtheit	Z	=	1713,39	€
Anteil	A	=	213,83	€
Anteilssatz	p	=	14,26	%

Gesamtheit auf Eins**PUH**

Gesamtheit aus einem gemehrten Wert.

$$G = \frac{Z}{1+p}, \quad A = Z - G$$

Ein Vertreter verkauft Staubsauger zu einem um die Provision erhöhten Preis (gemehrte Gesamtheit). Der Provisionsatz ist bekannt, Einkaufspreis und Provision sind zu bestimmen.

Gemehrte Gesamtheit	Z	=	376,99	€
Anteilssatz	p	=	8,33	%
<hr/>				
Anteil	A	=	28,99	€
Gesamtheit	G	=	348,00	€

Anteil in Eins**PUJ**

Verminderte Gesamtheit.

$$A = \frac{p \cdot V}{1-p}, \quad G = A + V, \quad 0 \leq p < 1$$

Wie hoch ist bei Skonto-Inanspruchnahme bei einem dadurch verminderten Preis V der eigentliche Rechnungsbetrag G und die Ersparnis A ?

Gezahlter Preis (Verminderte Gesamtheit)	V	=	1617,74	€
Skontosatz	p	=	2,25	%
<hr/>				
Rechnungsbetrag (Gesamtheit)	G	=	1654,98	€
Anteilssatz	A	=	37,24	€

Anteilssatz in Eins**PUL**

Der Anteilssatz tritt in Eins als Differenz auf.

$$p = 1 - \frac{V}{G}, \quad A = G - V$$

Ein Käufer erwirbt einen Mantel zum Preis G , der beim Discounter weniger kostet (V). Welchen Anteil A hätte der Käufer eingespart, wenn er den Mantel beim Discounter gekauft hätte?

Gesamtheit	G	=	579,99	€
Verminderte Gesamtheit	V	=	499,98	€
<hr/>				
Anteil	A	=	80,01	€
Anteilssatz	p	=	13,80	%

Gesamtheit in Eins**PUK**

Gesamtheit aus vermindertem Wert.

$$G = \frac{V}{1-p}, \quad p \neq 1, \quad W = G - V$$

Ein Unternehmen hat die Belegschaft V anteilig zur Produktivitätssteigerung p verringert. Wie hoch war die Mitarbeiteranzahl G und wie viele Personen A sind freigesetzt worden?

Anteilssatz	p	=	13,87	%
Jetzige Mitarbeiteranzahl (Verminderte Gesamtheit) V		=	689	Pers.
Ursprüngliche Mitarbeiteranzahl (Gesamtheit)	G	=	800	Pers.
Freigesetzte Mitarbeiteranzahl (Anteil)	A	=	111	Pers.

Anteilspunkt

PUM

Variable des absoluten Unterschieds zwischen zwei Anteilssätzen von gleichgroßen⁸ oder Gesamtheiten unbekannter Mächtigkeit⁹ bei Vergleichen von Wirtschaftsdaten usw. Die Einheit des Anteilspunktes ist die der Anteilssätze [% , %/Periode]. Aus ihr ergibt sich nicht, ob der Anteilspunkt oder -satz gemeint ist. Das begründet, die Differenz als „Anteilspunkt“ zu bezeichnen und mathematisch eindeutig den absoluten Vergleich zweier in Anteilssätzen vorliegender Verhältnisangaben vom relativen Vergleich abzugrenzen.

$$p_{\bullet} = p_1 - p_2, \quad p = \frac{p_1}{p_2} - 1 \quad p_1 > p_2$$

Der OKTON GMBH wird mitgeteilt, dass sich für Kredite der nominelle und effektive Anteilssatz verändert. Der absolute Anteilspunkt und der relative Anteilssatz sind zu berechnen.

Effektiver Anteilssatz	p_1	=	7,16	%/a
Nomineller Anteilssatz	p_2	=	5,66	%/a
Steigerungssatz	p	=	26,50	%
Anteilspunkt	p_{\bullet}	=	1,50	%/a

Das Ergebnis zeigt den relativen: $p = 26,50$ %, und absoluten Unterschied: $p_{\bullet} = 1,50$ %/a. Bei einer anderen Bank kann bei gleichem relativen Anteilssatz der Anteilspunkt größer oder kleiner sein. Nur der Anteilspunkt wirkt sich in der Kostenrechnung bei der Zinsermittlung finanziell aus. Er bedeutet, dass die Bank auf die Restschuldsumme 1,5 %/a Gebühren zusätzlich zum nominellen Zinssatz (5,66 %/a) vom Kreditnehmer fordert.

Direkter Dreisatz

DRD

Wertbestimmung des Parameters x aufgrund der *Quotientengleichheit* der Parameterpaare:

$$\frac{x_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2}$$

Aus den bekannten Werten der Parameter: a_1, a_2, b_2 , wird der Wert des Parameters x ermittelt.

$$x = a_1 \cdot \frac{b_2}{a_2}$$

Ein Mieter zahlt für eine Garage eine Miete b_2 für eine Fläche a_2 . Bei gleichem Mietpreisverhältnis kann der Mieter eine größere Garage a_1 anmieten. Wie hoch ist der neue Mietpreis?

Fläche der neuen Garage	a_1	=	42,50	m ²
Fläche der bisherigen Garage	a_2	=	32,00	m ²
Miete der bisherigen Garage	b_2	=	125,25	€
Miete der neuen Garage	x	=	166,35	€

Indirekter Dreisatz

DRI

Wertbestimmung des Parameters x mit der *Produktgleichheit* der Parameterpaare:

$$a_1 \cdot x = a_2 \cdot b_2.$$

Der Wert des Parameters x wird durch Umformung bestimmt. Der Parameter a_1 wird Nenner des Produktpaares a_2, b_2 .

$$x = \frac{a_2 \cdot b_2}{a_1}$$

Neue Silikate ermöglichen bei der Herstellung von Flachglas eine Senkung der Schmelztemperatur. Der Ölbedarf verhält sich proportional zur Schmelztemperatur. Welcher Ölbedarf x ist künftig zu decken?

Bisherige Schmelztemperatur	a_1	=	622,45	°C
Neue Schmelztemperatur	a_2	=	602,33	°C
Bisheriger Ölbedarf	b_2	=	142,00	Ltr./d
Künftiger Ölbedarf	x	=	137,41	Ltr./d

¹ Vgl. Oppitz, V.: Gabler Lexikon Wirtschaftlichkeitsrechnung Wiesbaden 1995, S.434.

² Name für mathematische Zeichenreihen bzw. Ausdrücke, die eine selbständige rechenfähige Einheit bilden, wie z. B. x^5 oder $|7-x|$; es handelt sich um mathematische Ausdrücke, aber nicht um Aussageformen, wie sie z. B. Gleichungen oder Ungleichungen darstellen.

³ Summe aus Einkaufspreis und Bezugskosten.

⁴ Summe aus Nettopreis und Mehrwertsteuer.

⁵ In Prozent, Einheit [%]. Prozent, abgekürzt p.c. (pro centum) oder v.H., in Österreich auch Perzent.

⁶ Promille, bei Bruchteilen von Prozenten. Lateinisch pro mille, abgekürzt p.m. oder v.T. (vom Tausend). Vgl. Oppitz, V.: Gabler Lexikon Wirtschaftlichkeitsrechnung Wiesbaden 1995, S.433.

⁷ Dreisatz- und Anteilsrechnung haben gleiche rechentechnische Wurzeln, die auf Adam Ries (1492 – 1559) zurückgehen.

⁸ Bei Gesamtheiten unterschiedlicher Größe: $G_1 > G_2$, ergibt der kleinere Anteilssatz: $p_1 < p_2$ u. U. für beide Gesamtheiten den gleichen Anteil: $G_1 = G_2$. Der Unterschied der Anteilssätze zeigt sich bei verschieden großen Gesamtheiten nicht in den daraus berechneten Anteilen. Die mathematische Differenz des Anteilspunktes liefert keine logische Erklärung für den daraus ermittelten Anteilsunterschied.

⁹ Bei diesen Gesamtheiten ist davon auszugehen, dass bei einer daraus abgeleiteten bekannten Gesamtheit stets die gleiche Größe: $G_1 = G_2$, zum Vergleich herangezogen wird. Als Beispiel können Geldanlagen bei der Bank dienen, die den Zinssatz verändert hat.